Ueber

Elektrische Oscillationen in Eisenspulen.

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der philosophischen Doktorwürde

vorgelegt der

Hohen philosophischen Fakultät

(Mathematisch-naturwissenschaftliche Sektion)

der

Universität Zürich

von

Carl Lomsché, Ingenieur

aus Schierstein (Rheingau).

Begutachtet von Herrn Prof. Dr. A. Kleiner.

USTER-ZÜRICH.

Buchdruckerei Gschwend & Didierjean

1903.

Ueber

Elektrische Oscillationen in Eisenspulen.

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der philosophischen Doktorwürde

vorgelegt der

Hohen philosophischen Fakultät

(Mathematisch-naturwissenschaftliche Sektion)

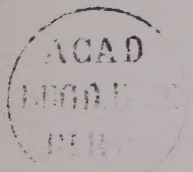
der

Universität Zürich

von

Carl Lomsché, Ingenieur

aus Schierstein (Rheingau).



Begutachtet von Herrn **Prof. Dr. A. Kleiner.**

USTER-ZÜRICH.
Buchdruckerei Gschwend & Didierjean
1903.

Meinen lieben Eltern

gewidmet.

Einleitung.

Seitdem Hertz [1]) die schon von Helmholtz [2]) vorausgesehenen, kurz dauernden Oscillationen der Entladungen, deren Theorie von Thomson [3]) und Kirchhoff [4]) gegeben war, zu seinen bahnbrechenden Untersuchungen über die Natur elektrischer und magnetischer Wirkungen benutzt hat und dieselben auch eminent praktische Bedeutung in der Wellentelegraphie erlangt haben, sind dieselben vielfach theoretisch und experimentell eingehend studiert worden und hat sich im allgemeinen die Anwendbarkeit der Thomson-Kirchhoffschen Formel in weitem Umfang ergeben.

Von den verschiedenen Methoden, graphischen etc. (W. König, Richarz) eignet sich zur genauen Verfolgung der einzelnen Schwingungen das zuerst von Robb [5]) (auf Anregung von Weber) angewendete Verfahren, diese Oscillationen im geschlossenen Leiterkreis zu beobachten, d. h. statt der oscillatorischen Entladung, Ladeschwingungen zu verfolgen, welche die gleichen Gesetze befolgen, wie Entladeschwingungen.

Aus den Arbeiten von Tallquist [6]), Seiler [7]), Eichhorn [8]) lässt sich ersehen, in welchem Intervall der Schwingungszahl, die Schwingungsdauer und das logarithmische Dekrement den betreffenden Gleichungen entsprechen. Es hat

[1]) H. Hertz, Wiedemanns Ann. 31. 1887.
[2]) Helmholtz, „Erhaltung der Kraft", p. 44. 1847.
[3]) Thomson, Phil. Mag. p. 393. 1853.
[4]) Kirchhoff, Pogg. Ann. 121, p. 551. 1864.
[5]) Robb, Phys. Rev. 2, p. 726. 1892.
[6]) Hj. Tallquist, Wied. Ann. 60, p. 248. 1897.
[7]) U. Seiler, Wied. Ann. 61, p. 30. 1897.
[8]) G. Eichhorn, Inaug.-Diss. Zürich. 1901.

sich auch gezeigt, dass das logarithmische Dekrement im allgemeinen nicht vollständig mit der Theorie in Einklang gebracht werden kann. Die Untersuchungen erstreckten sich auf Schwingungen in guten, nicht magnetisierbaren Leitungsmaterialien, was wegen der praktischen Verwendung nahe liegt. Für Schwingungen in magnetischen Substanzen lässt die Theorie betreffend Schwingungsdauer und logarithmisches Dekrement Abweichungen von der angegebenen einfachen Theorie von Thomson und Kirchhoff voraussehen, und ich habe mir nun die Aufgabe gestellt, experimentell zu untersuchen, wie tatsächlich sich diese Veränderungen gestalten.

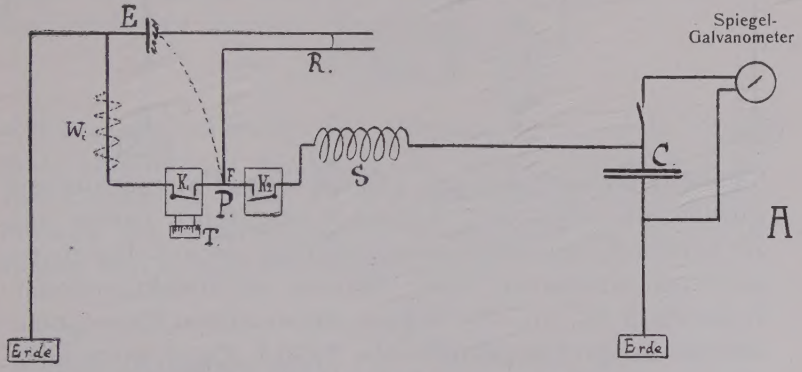
Meine Untersuchungen beschäftigen sich mit den Ladeschwingungen in Kondensatoren, wenn die Selbstinduktionsspule aus Eisendraht besteht. Um festzustellen, ob und in welchem Masse die oben erwähnten Abweichungen von der Zahl der Schwingungen pro Sekunde abhängig sind, wurde dieselbe in weiten Grenzen variiert durch Aenderung der Kapazität des benutzten Kondensators bei konstantem Selbstinduktionskoeffizienten und Widerstand.

Des weitern suchte ich auch über den Einfluss einer Aenderung der Selbstinduktion auf die beobachtbaren Grössen einigen Aufschluss zu erhalten, indem ich nacheinander Spulen verschiedener Selbstinduktionskoeffizienten zur Anwendung brachte.

Versuchsanordnung.

Da ich beabsichtigte, Ladeschwingungen zu benutzen, so wählte ich eine der von Seiler [1]) s. Z. angegebenen Schaltungen. Die folgenden Schemata A und B geben Aufschluss über die Unterschiede der beiden Schaltungen. Hierin bedeuten: P mit den Kontakten K_1 K_2 und der Trommel T den später noch zu besprechenden Pendelunterbrecher, S: Selbstinduktionsspule, R: Reochord, E: elektromotorische Kraft, C: Kondensator.

Bei dem Schema A ist die Stromquelle bei geschlossenem K_1 durch ein Reochord und hinter K_1 kurz geschlossen, es herrscht also im Punkte F das Potential Null, da der Widerstand E K_1 F sehr klein gegenüber R ist. Nach Oeffnung des Kontaktes K_1 beginnt die Ladung des Kondensators, bis durch Oeffnung von K_2 dieselbe unterbrochen wird. Es ergeben sich bei dieser Schaltung reine Ladeschwingungen.

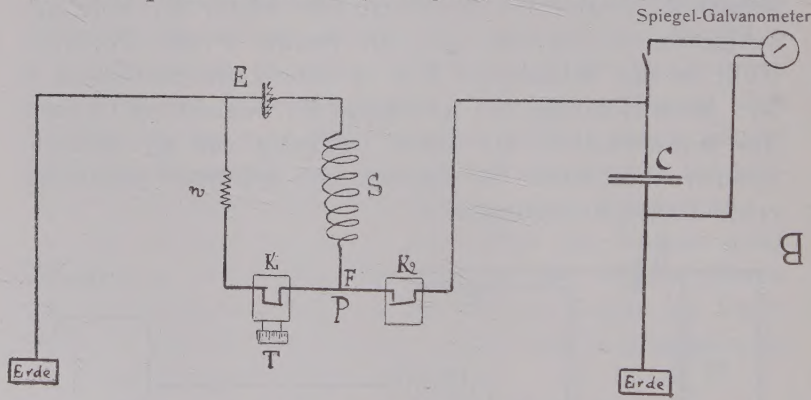


Die punktierten Linien geben die verwendete Schaltung an.

Bei dem Schema B wird durch Oeffnen des Kontaktes K_1 die Stromstärke in der Induktionsspule geändert, wodurch eine grosse elektromotorische Kraft der Selbst-

[1]) U. Seiler, l. c.

induktion hervorgerufen wird, welche Oscillationen erzeugt, die bedeutend grössere Amplituden als die Ladeschwingungen haben und sich diesen mit $^1/_4$ Phasendifferenz superponieren. Die Amplituden können so gross werden, dass an den Unterbrechungsstellen Funken auftreten, wodurch die Oscillationen unregelmässig werden; da man, um dies zu vermeiden, künstlich die Amplituden klein halten müsste (z. B. durch Einschalten eines Widerstandes W in die Erdleitung von K_1), mir aber daran gelegen war, möglichst reine Sinusschwingungen zu verwenden, um Beobachtungen über deren Deformation durch Hysteresiswirkungen vornehmen zu können, habe ich von der Verwendung dieser nur kleine elektromotorische Kräfte erfordernden, daher bequemen Schaltung Umgang genommen und reine



Ladeschwingungen benutzt. Die folgenden Untersuchungen wurden also nach dem Schema A ausgeführt, jedoch mit der punktiert eingetragenen Abänderung, dass ein Reochord nicht zur Anwendung kam, dagegen ein induktionsfreier Widerstand W_i, um die bei den verwendeten Eisenspulen ohnehin grosse Dämpfung (siehe Tafel I, Fig. 1) nicht noch mehr zu erhöhen, in den Erdschluss gelegt wurde. Der Nachteil der Schaltung A, die rasche Konsumierung der Batterie, sowie das event. Auftreten von Funken konnte durch passende Bemessung des Widerstandes W_i vermieden werden. Die Art der Schaltung gestattete aller-

dings nicht, die elektromotorische Kraft der Elemente rationell auszunützen, jedoch genügten infolge der grossen Empfindlichkeit des Galvanometers, die erhaltenen Ausschläge vollständig zur genauen Verfolgung der Schwingungen.

Apparate.

Das Pendel.

Als zeitmessendes Instrument wurde ein von Herrn Professor Kleiner [1]) für einen erweiterten Messbereich eingerichteter Helmholtzscher Pendelunterbrecher verwendet.

Da eine genaue Beschreibung dieses modifizierten Apparates schon früher gegeben worden ist [2]), so kann ich darauf verzichten, näher auf denselben einzugehen. Zur Bestimmung der jeweiligen Ladungszeit war massgebend die Grösse der Drehung der Trommel T von der Nullage und die stets konstante Amplitude des Pendels, sowie seine Schwingungszeit. Die Bestimmung der letztern ergibt sich aus der Formel für die Schwingungsdauer eines sog. einfachen Pendels. Bekanntlich ist:

$$\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 = \frac{2g}{r}\left(\cos\varphi - \cos\alpha\right)$$

worin φ ein veränderlicher Ausschlagwinkel, α die maximale Amplitude, r die Länge des einfachen Pendels, g die Beschleunigung durch die Schwere bedeutet. Durch Einführung der experimentell zu ermittelnden auf ∞ kleine Bögen reduzierten Schwingungsdauer

$$T = \pi \sqrt{\frac{r}{g}}$$

in obige Gleichung folgt:

$$\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 = \frac{4\pi^2}{T^2}\left\{\sin^2\frac{\alpha}{2} - \sin^2\frac{\varphi}{2}\right\}$$

[1]) Kleiner, Verhandlungen schweiz. Naturforscher. 1900.

[2]) Eichhorn, l. c. p. 6.

$$dt = \frac{T}{2\pi \sin\frac{\alpha}{2}\sqrt{1-\frac{\sin^2\frac{\varphi}{2}}{\sin^2\frac{\alpha}{2}}}}\, d\varphi$$

Entwickelt man die Wurzel, so ergibt sich:

$$dt = \frac{T}{2\pi \sin\frac{\alpha}{2}}\left\{1+\tfrac{1}{2}\frac{\varphi^2}{\alpha^2}+\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\frac{\varphi^4}{\alpha^4}+\ldots\ldots\right\} d\varphi$$

Durch Integration dieser Gleichung erhält man,

$$t = \frac{T\cdot\varphi}{2\pi \sin\frac{\alpha}{2}}\left\{1+\tfrac{1}{6}\left(\frac{\varphi}{\alpha}\right)^2+\tfrac{3}{40}\left(\frac{\varphi}{\alpha}\right)^4+\ldots\ldots\right\}$$

Ist s der bei den Versuchen in Betracht kommende vom Pendel zu durchlaufende Weg K_1 bis K_2 in Richtung der Schwingung, also die veränderliche Distanz der beiden Kontakthebel und l die Gesamtlänge des Pendels von der Mitte der Drehaxe bis zur untern Aufschlagstelle, so kann man für φ, da $\operatorname{tg}\varphi = \frac{s}{l}$ und bei kleinen Winkeln die Tangente gleich dem Bogen ist, setzen: $\varphi = \frac{s}{l}$; dies oben eingesetzt, ergibt:

$$t = \frac{T}{2\pi\cdot\sin\frac{\alpha}{2}}\frac{s}{l}\left\{1+\tfrac{1}{6}\left(\frac{s}{l\cdot\alpha}\right)^2+\tfrac{3}{40}\left(\frac{s}{l\cdot\alpha}\right)^4+\ldots\ldots\right\}$$

Die Pendellänge wurde mittels Kathetometer gefunden zu $l = 40{,}645$ cm. Für die Amplitude ergab sich der Wert $\alpha = 91^\circ\,17'\,3{,}52''$. Die Zeit τ, welche der Drehung der Trommel um ein Skalenteil entspricht, ergab sich aus obiger Formel nach Einsetzung eines aus vielen Schwingungsbeobachtungen eruierten Mittelwertes für T und der Werte von s und l zu: $\tau = 0{,}000001699$ Sekunden.

Um diese Pendelkonstante, deren direkte Bestimmung namentlich in der Messung von α, l und T einige Unsicherheiten enthält, verifizieren zu können, wurde die aperiodische Ladung zur Bestimmung der Schwingungsdauer des Pendels herangezogen.

Diese Methode hat zur Voraussetzung die Anwendung von Kondensatoren mit idealen Eigenschaften. Die Unter-

suchungen von Eichhorn[1]) haben für Paraffinkondensatoren des physikalischen Instituts für den wirklichen, zeitlichen Verlauf der aperiodischen Ladungen und den theoretischen so gute Uebereinstimmung ergeben, dass man annehmen darf, diese Kondensatoren können nahezu die idealen Eigenschaften eines Luftkondensators haben. Es durfte daher im vorliegenden Fall die Benutzung solcher Paraffinkondensatoren wohl als berechtigt erscheinen.

Bekanntlich geht die oscillatorische Ladung in die aperiodische über für den Fall, dass der kritische Widerstand erreicht ist, d. h. wenn $W = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$; worin W der Widerstand der Leitungsbahn bis zum Kondensator, L der Selbstinduktionskoeffizient der Spule und C die Kapazität des Kondensators ist.

Bei der aperiodischen Ladung ist die nach einer gewissen Ladezeit t auf dem Kondensator angesammelte Elektrizitätsmenge $Q = Q_0\left(1 - e^{-\frac{t}{W\,C}}\right)$ wobei Q_0 die Normalladung bezeichnet. Aus dieser Formel lässt sich die Zeit t einer beliebigen Pendelkontaktstellung ableiten: $t = W \,.\, C \,.\, 10^{-6} \ln\left(\frac{1}{1 - \frac{Q}{Q_0}}\right)$, hierin sind W und C in absolutem Mass ausgedrückt.

Die Beobachtungen ergaben unter Benutzung vorstehender Formel als Mittelwert bei 1 Trommelteil Verstellung für τ den Wert: $\tau = 0{,}00000\,17086$ Sekunden, ein Wert, welcher von dem durch Schwingungsbeobachtungen eruierten um 5 pro Mille abweicht. Diese Differenz lässt sich wohl auf eine Fehlerhaftigkeit des ersten Resultates zurückführen, da dasselbe auf Zeitbestimmungen beruht, die wegen der relativ kleinen Zahl beobachtbarer Schwingungen die konstatierte Abweichung wohl erklärlich machen. Infolgedessen wurde auch der letztere Wert für τ den folgenden Beobachtungen zu Grunde gelegt.

[1]) Eichhorn, l. c. p. 15.

Die Kondensatoren.

Zur Verwendung kamen ein Normalglimmerkondensator von Carpentier, ein ebensolcher von Siemens, ferner Paraffinkondensatoren von Kleiner[1)2)].

Die verwendeten Abstufungen der verschiedenen Kondensatoren werden durch folgende Tabelle veranschaulicht.

Tabelle I.

Carpentier. Kapazität in M. F.	Siemens. Kapazität in M. F.	Kleiner. Kapazität in M. F.
0,10086	0,00103	0,0005141
0,20187	0,00495	0,001462
	0,01598	0,005521
	0,0997	0,01655
	0,200	
	0,3994	
	0,9011	

Die Rückstände der 3 Kondensatorentypen betrugen im Maximum bei: Carpentier 0,88 %, Siemens 0,99 %, Kleiner 0,30 %. Viele Kondensatoren der letzten Type zeigten überhaupt fast kein Residium. Auch bei den später noch zu besprechenden Untersuchungen, welche die Erscheinungen der dielektrischen Hysteresis behandeln, ergaben diese Kondensatoren vorzügliche Eigenschaften.

Die verwendeten kleinen Kapazitäten wurden durch Vergleich mit der kleinsten Abteilung des Siemensschen Normalkondensators von 0,00103 M. Farad bestimmt und zwar wurde durch Parallelschaltung einer Anzahl von Paraffinkondensatoren ermöglicht, die Vergleichung in Schritte so zu zerlegen, dass jedesmal nur 2 in ihrer Grösse nicht zu weit von einander abstehende Kapazitäten verglichen werden konnten.

[1)2)] A. Kleiner, Vierteljahrschrift der naturforschenden Gesellsch. Zürich, 41. 1896 und 1900.

Die Spulen.

Es wurden, um die Schwingungsdauer zu variieren, successive in 4 Etappen auf die zuerst verwendete Spule mit 1 Lage Eisendraht weitere Lagen aufgewickelt und der Selbstinduktionskoeffizient jeweils aus den Dimensionen nach der Stefanschen Formel[1]) berechnet. In Tabelle II bedeutet: R Bezeichnung der Spule, n Anzahl der Drahtwindungen, a mittlerer Radius der Drahtrolle, b Breite, c Höhe der Wickelung, Δ Durchmesser des unbesponnenen und δ des besponnenen Drahtes.

Tabelle II.

Spule	Selbindukt. Koeff.	n	a	b	c	Δ	δ
			cm	cm	cm	cm	cm
R_1	639645 cm	34	15,087	3,9	0,1132	0,0969	0,1130
R_2	5383690 „	99	15,189	3,9	0,339	0,0969	0,1130
R_3	37146193 „	263	15,479	3,9	0,904	0,0969	0,1130
R_4	110065160 „	460	15,823	3,9	1,5857	0,0969	0,1130

Das Galvanometer.

Das verwendete Spiegelgalvanometer mit feststehendem Magnetsystem und beweglicher Spule nach System Deprez-d'Arsonval von Siemens und Halske Berlin, ergab bei der Aichung völlige Proportionalität zwischen den Ausschlägen und der Stromstärke. Der Ausschlag des Instrumentes betrug 2100 Bogenminuten für 1 Mikro-Ampère und seine Schwingungsdauer 12 Sekunden; nach circa 2 Schwingungen war die Ruhelage wieder eingenommen. Sein Gesamtwiderstand betrug bei meinen Messungen 10000 Ohm, die Entfernung von Spiegel und Skala 3,02 m, wodurch eine Korrektion der Ausschläge auf Bogenwert vermieden wurde.

Die Elemente.

Als Stromquelle dienten Akkumulatoren und bei den grossen Kapazitäten eine Gülchersche Thermosäule. Die

[1]) Stefan, Wiedem. Ann. 22. 1886.

Zahl der Akkumulatoren wurde, um die maximalen Ausschläge des Galvanometers immer in dem gewünschten Bereich von einigen hundert Skalenteilen zu halten, von 1 bis 11 variiert. Die Verwendung der Thermosäule bietet bei Messungen wie den vorliegenden ein sehr bequemes Mittel, ganz kleine Potentiale benutzen und dieselben in den kleinsten Grenzen ändern zu können. So benutzte ich z. B. bei der Kapazität 0,9011 Mikro Farad nur 3 Abteilungen der Thermosäule. Ihre elektromotorische Kraft blieb stundenlang konstant.

Die Widerstände.

Der im Schaltungsschema A punktiert eingezeichnete Widerstand W_i bestand aus Glühlampen und wurde je nach Anzahl der verwendeten Elemente von 50 bis 100 Ohm variiert. Während dieser Widerstand keinen Einfluss auf die Grösse der zu beobachtenden Schwingungsdauer und Dämpfung hat, seine genaue Bestimmung daher ohne Nutzen ist, musste dagegen der Widerstand X der sog. „aktiven Leitung“ d. i. die an der Oscillation teilnehmende Leitungsbahn, welcher sich zusammensetzt aus dem Widerstand der Eisenspule, der Elemente und Drahtzuführungen, die aus kurzen, dicken Drähten bestanden, genau gemessen werden. Zu dem Zweck, und um die Messung ohne Aenderung der Zusammenstellung und rasch vornehmen zu können, wurde ein Milliampèremeter und Stöpselreostat W_r in diese Leitung eingeschaltet. Bezeichnet man mit i_1 die Stromstärke bei dem gesuchten Widerstand X, mit i_2 diejenige, welche nach Hinzuschalten des bekannten Widerstandes W_r abgelesen wird, so ist bekanntlich: $X = \frac{i_2}{i_1 - i_2} W_r$. Diese Messung wurde vor jedem Versuch ausgeführt und am Schlusse desselben zur Kontrolle wiederholt.

Der Gang einer Beobachtung war nun folgender: Die Trommel des Pendelunterbrechers, die den Kontakt

K_1 gegenüber K_2 verschiebt, wird so gedreht, dass beim Herabfallen des Pendels von einer stets gleichen Höhe die beiden Kontakte K_1 K_2 gleichzeitig fortgeschlagen werden. In dieser Stellung, der sog. Nullage, findet noch keine Ladung des Kondensators statt. Sodann wird die Trommel je nach Grösse der zu beobachtenden Schwingung um 0,1 bis 1 Trommelteil gedreht, sodass der Kontakt K_1 durch das Pendel eher getroffen wird als K_2. In der zwischen dem Fortschlagen der beiden Kontakte verfliessenden Zeit erfolgt eine Ladung, welche oscillatorischen Charakter hat, falls die Bedingung $\frac{1}{L\,C} > \left(\frac{W}{2\,L}\right)^2$ erfüllt ist. Darauf wird der Kondensator durch das Galvanometer entladen und im Fernrohr der Ausschlag beobachtet. Durch successive Verstellung der Trommel und Beobachtung der den verschiedenen Ladezeiten entsprechenden Galvanometerausschläge konnte der ganze Verlauf der allmählig abklingenden Oscillationen verfolgt werden und hieraus wurden dann die Werte für die Schwingungsdauer und Dämpfung ermittelt.

Schwingungsdauer.

Nach der gewöhnlichen Theorie ist die Schwingungsdauer

$$T = 2\,\pi\,\frac{\sqrt{C\,.\,L}}{\sqrt{1-\frac{C\,.\,W^2}{4\,L}}}$$

Für die Berechnung der in den folgenden Tabellen III, IV, V, VI mit s_r bezeichneten Schwingungsdauer kam diese Formel durchweg zur Anwendung. Die mit einem * versehenen Werte von s_r ergaben sich auch bei Benutzung der abgekürzten Formel $T = 2\,\pi\,\sqrt{C\,.\,L}$. Als Selbstinduktionskoeffizient wurde, wie in dem Abschnitt unter „Spulen“ schon angegeben, der aus den Dimensionen be-

rechnete Wert eingesetzt. Die Schwingungen wurden in der Weise verfolgt, dass möglichst naheliegende Punkte der ersten Halboscillationen beobachtet und graphisch aufgetragen wurden und zwar wurden als Abscissen die Zeiten, als Ordinaten die entsprechenden Galvanometerausschläge, welche den von dem Kondensator durch das Galvanometer zur Entladung kommenden Elektrizitätsmengen proportional sind, genommen. (s. Kurventafel I, Fig. 1, 2, 3.) Nachdem auf diese Weise die Schwingungsdauer einigermassen genau festgelegt war, konnten die Maxima und Minima von möglichst zahlreichen Oscillationen ungefähr vorherbestimmt und dadurch die Beobachtung auf die der Maxima und Minima eingeschränkt werden. Diese letzteren wurden sehr genau durch äusserst naheliegende Punkte bestimmt (s. Tafel I, Fig. 3), so wurde z. B. bei den kleinen Schwingungen die Ladezeit des Kondensators in Zeitabständen von 1,7 Zehnmilliontel Sekunden vergrössert. Bei jedem einzelnen Punkte wurden 6 Ablesungen gemacht und hieraus das Mittel genommen. Da diese Häufung der Beobachtungen viel Zeit erforderte, so wurde bei den weniger stark gedämpften Schwingungen ihr Verlauf nicht durch Bestimmung sämtlicher Maxima und Minima verfolgt, sondern es wurden je mehrere Schwingungen überschlagen und dann die darauf folgenden Maxima und Minima, deren ungefähre Lage durch Rechnung vorherbestimmt war, beobachtet (s. Tafel I, Fig. 2 und 3).

Von Zeit zu Zeit wurde zur Kontrolle die Normalladung wieder gemessen. Von einer genauen Bestimmung der Nullage wurde abgesehen, vielmehr die Berechnung der Schwingungsdauer aus den Beobachtungen folgendermassen ausgeführt: Am Ende einer Beobachtungsreihe, d. h. wenn die Ladungen sich wenig mehr von der Normalladung unterschieden, wurden die Punkte der ersten Oscillationen verifiziert, wobei sich fast stets völlige Uebereinstimmung ergab, da Nullpunktsverschiebungen bei dem

vorzüglich funktionierenden Pendel nur sehr selten vorkamen. Die Zeitdifferenz zweier möglichst weit von einander entfernten grössten Ordinatenwerte der Maxima oder Minima, dividiert durch die Anzahl der dazwischen liegenden ganzen Schwingungen ergibt dann die Schwingungsdauer. So erhielt ich z. B. den Wert für die beobachtete Schwingungsdauer in der zweiten Vertikalreihe der Tabelle V, nämlich $s_o = 57{,}92$ auf folgende Weise: Die Halboscillationen der Maxima seien durch die ungeraden römischen Ziffern I, III, V u. s. w., die der Minima durch die geraden II, IV, VI u. s. w. bezeichnet.

Es ergab die Kombination:

I . . XXXI	für s_o . . 57,70	II . . XXXII	für s_o . . 57,96
III . . XXXIII	„ „ . . 57,79	IV . . XXXIV	„ „ . . 57,99
V . . XXXV	„ „ . . 57,84	VI . . XXXVI	„ „ . . 58,10
VII . . XXXVII	„ „ . . 57,87	VIII . . XXXVIII	„ „ . . 58,12

Mittel: $s_o = 57{,}92$ Milliontel Sek.

In den folgenden Tabellen sind die Differenzen zwischen den berechneten und beobachteten Schwingungsdauern angegeben und zeigt sich eine übereinstimmende Regelmässigkeit in den Abweichungen der bezüglichen Werte von s_r und s_o mit Ausnahme der Resultate in Tabelle I. Diese haben aber nicht die Genauigkeit der übrigen Ergebnisse, da wegen der grossen Dämpfung nur relativ wenige Schwingungen beobachtbar waren und ausserdem bei der Kleinheit der letzteren etwaige Beobachtungsfehler dieselben stärker beeinflussen mussten.

Tabellen über die Schwingungsdauer.

Es bedeuten hierin:

R_1, R_2 Bezeichnung der Spulen.
L Selbstinduktionskoeffizient der Spule in cm.
W Widerstand der aktiven Leitung in Ohm int.

C Kapazität in Mikro Farad.
Z Anzahl der beobachteten ganzen Schwingungen.
s_r berechnete, s_o beobachtete Schwingungsdauer in Milliontel-Sekunden
d Differenz von s_r und s_o in %.

Tabelle III.

R_1			L = 639645 cm			W = 6,82 Ohm int.
Dielectricum:	Paraffin			Glimmer (Carpentier)		
C	0,001462	0,005521	0,01655	0,10086	0,20187	0,40248
Z	9	12	7	3	3	1†
s_r	6,082*	11,82	20,47	50,56	71,59	101,29
s_o	6,236	12,63	21,58	55,70	81,17	110,94
d	2,3	6,2	5,1	9,2	11,8	8,7

† Wegen der starken Dämpfung konnte nur 1 ganze Schwingung beobachtet werden.

Tabelle IV.

R_2			L = 5383690 cm				W = 14,733 Ohm int.
Dielectricum:		Glimmer (Siemens)					
C	—	0,00103	0,00495	0,01598	0,0997	0,200	0,3994	—
Z	—	12	13	11	8	5	3	—
s_r	—	14,80*	32,44*	58,29	145,6	206,38	291,95	—
s_o	—	18,88	36,39	62,7	155,7	221,89	316,09	—
d	—	21,7	10,9	7,0	6,5	7,0	7,6	—

Tabelle V.

R_3			L = 37146193 cm			W = 40,549 Ohm int.		
Dielectricum:	Paraffin		Glimmer (Siemens)					
C	0,000514	0,001462	0,00495	0,01598	0,0997	0,200	0,3994	0,9011
Z	11	19	21	17	13	10	6	4
s_r	26,80*	46,303*	85,200*	153,1	382,6	545,94	767,02	1155,3
s_o	43,02	57,92	96,28	167,61	416,81	593,51	837,92	1261,6
d	37,7	20,0	11,5	8,7	8,2	8,0	8,4	8,4

Tabelle VI.

R_4			L = 110065160 cm			W = 73,095 Ohm int.		
Dielectricum:	Paraffin				Glimmer (Carpentier)			
C	0,000514	0,001462	0,005521	0,01655	0,10086	0,20187	—	—
Z	10	13	20	13	9	8	—	—
s_r	47,26*	79,71*	154,9	268,2	662,4	937,7	—	—
s_o	70,99	98,84	178,72	300,79	742,65	1051,6	—	—
d	33,4	19,3	13,3	10,8	10,8	10,8	—	—

Dämpfung.

Aus der Gleichung, welche die oscillatorische Ladung darstellt, ergibt sich für die Amplitude der Schwingungen der Wert $e^{-\frac{w\,t}{2\,L}}$, worin wie gewöhnlich e Basis der

natürlichen Logarithmen, t die Zeit, während welcher die Ladung stattfand, L Selbstinduktion und W Widerstand der Leitung bedeutet. Setzt man statt t die ganze Schwingungsdauer T oben ein, so erhält man das Dekrement zweier Amplituden, d. h. zweier aufeinander folgender Maxima oder zweier Minima $e^{\frac{w\,T}{2\,L}}$; dieser Ausdruck kann als logarithmisches Dekrement geschrieben werden, $\delta_r = \pi \,.\, w \sqrt{C/L}$. Mit den nach dieser Formel berechneten δ_r wurden die beobachteten logarithmischen Dekremente in den folgenden Tabellen VII, VIII, IX, X vergleichend zusammengestellt. Zur Bestimmung der letzteren aus den Beobachtungen verfuhr ich folgendermassen: Es wurde immer von je zwei aufeinander folgenden Maxima die Differenz der Logarithmen ihrer Amplitudenwerte gebildet. Jeder der so erhaltenen Werte gibt das logarithmische Dekrement der betrachteten Schwingungen. Aus denselben wurde ein Mittelwert $\delta_{o\ max}$ gebildet.

Das gleiche Verfahren wurde auf die Amplitudenwerte der Minima angewandt, und gab der hieraus resultierende Wert $\delta_{o\ min}$ mit $\delta_{o\ max}$ zusammen einen Mittelwert $\delta_{o\ mittel}$, der mit dem berechneten logarithmischen Dekrement verglichen wurde.

Die Tabellen zeigen die prozentuale Abweichung dieser Werte voneinander, deren Abhängigkeit von der Schwingungsdauer sehr anschaulich durch die graphische Darstellung auf der Kurventafel II (Fig. 1, 2, 3) gezeigt wird.

Abweichungen des beobachteten logarithmischen Dekrementes von dem berechneten sind bei ähnlichen Untersuchungen mit Kupferspulen auch konstatiert worden [1] [2] [3] [4] und werden dieselben im allgemeinen auf die

[1] Tallquist, l. c. p. 262. [2] Seiler, l. c. p. 45—47.

[3] A. Eckström, Methoden zur Untersuchung der charakteristischen Grössen bei elektrischen Schwingungen. 10. Jahresbericht, phys. Gesellsch. Zürich, 1898.

[4] Eichhorn l. c. p. 29—31.

Leitungsfähigkeit des Dielectricums der Kondensatoren und der isolierenden Schichten der Spulen zurückgeführt. [1] [2] Im vorliegenden Falle kommt noch der Einfluss der Magnetisierungskonstante hinzu, worauf bei der Diskussion der Versuchsresultate noch des nähern wird eingegangen werden müssen. Es wäre demnach die oben angegebene Formel für das logarithmische Dekrement zu modifizieren; unter Berücksichtigung der erstern Ursache kommt Schiller zu folgender Formel:

$$\delta = \frac{1}{2}\left(\frac{W}{L} + \frac{\alpha + \alpha'}{c + C}\right) T.$$

Setzen wir den Wert für T in obige Formel ein, also $T = 2\pi\sqrt{C\,L}$ und vernachlässigen wir die Kapazität c der Spule (ob dies erlaubt ist, wird im nächsten Abschnitt gezeigt), so geht obige Formel über in:

$$\delta = \pi\sqrt{\frac{C}{L}}\left[W + \left(\alpha + \alpha'\right)\frac{L}{C}\right],$$

worin α die Leitungsfähigkeit der isolierenden Schichten der Spule und α' diejenige des Dielectricums des Kondensators bedeutet. — Die aus den Ladungsmaxima berechneten logarithmischen Dekremente sind fast durchweg kleiner als die aus den Minima ermittelten Werte. In der oben zitierten Arbeit von Tallquist wird auch an eine Verschiedenheit der aus den Maxima und Minima ermittelten Dämpfungsverhältnisse aufmerksam gemacht und gibt er als Erklärung dafür an, den zeitlichen Verlauf der Kapazität des Kondensators. Es wäre die Zeit, während welcher die Ladung von ihrem Minimum zu ihrem Maximum ansteigt, ungenügend für die vollständige Polarisation des Dielectricums, weshalb die Maximalladung zu klein ausfiele. Dies deutet auf Hysteriswirkungen hin.

---

[1] Schiller, Einige experimentelle Untersuchungen über elektr. Schwingungen. Pogg. Ann. 152, p. 535. 1874.

[2] Sundell und Tallquist, Ueber das Dekrement elektrischer Schwingungen bei der Ladung von Kondensatoren. Wied. Ann. 4, p. 73. 1901.

Bei den vorliegenden Beobachtungen ergab sich, dass die Maxima und Minima der Ladungen sehr präzis zu bestimmen waren, es konnten also auch die logarithmischen Dekremente mit grosser Genauigkeit ermittelt werden. Auch die zuweilen auftretende Deformation der Kurvenform, über deren mutmassliche Ursachen die ungleichmässige Verteilung des Stromes längs des Leiters und die dielektrische Hysteresis an anderer Stelle berichtet wird, blieb ohne Einfluss auf die Grösse der Dämpfung, während andererseits die Schwingungsdauer hierdurch modifiziert wurde. Es dürfte demnach bei Untersuchungen von Schwingungen im Eisen die Bestimmung des logarithmischen Dekrements eher geeignet sein zu fehlerlosen Schlüssen über den Zusammenhang der inneren Vorgänge zu kommen, als die Bestimmung der Schwingungsdauer.

Tabellen über die Dämpfung.

Es bedeuten hierin: R_1, R_2 u. s. f. Bezeichnung der Spulen, L Selbstinduktionskoeffizient der Spule, W Widerstand der aktiven Leitung in Ohm int., C Kapazität in Mikro-Farad, Z Anzahl der beobachteten Oscillationen (halbe Schwingungen),

δ_o max das log. Dekrement, beobachtet aus Maxima,
δ_o min „ „ „ „ „ Minima
δ_o mittel „ „ „ Mittelwert von δ_o max und δ_o min,
δ_r „ „ „ berechnet,
diff. die Differenz von δ_r und δ_o mittel in % von δ_o mittel.

Tabelle VII.

R_1	L = 639645 cm		W = 6,82 Ohm int.	
Dielectricum:	Paraffin		Glimmer (Carpentier)	
C	0,005521	0,01655	0,10086	0,20187
Z	20	14	10	10
δ_o max	0,2436	0,3253	0,4976	0,5544
δ_o min	0,2422	0,3227	0,4661	0,5402
δ_o mittel	0,2429	0,3240	0,4819	0,5473
δ_r	0,0565	0,0979	0,2170	0,3070
diff. %	76,7	69.8	55,0	43,9

Tabelle VIII.

R_2	L = 5383690 cm				W = 14,733 Ohm int.	
Dielectricum:	Glimmer (Siemens)					
C	0,00103	0,00495	0,01598	0,0997	0,200	0,3994
Z	22	24	22	16	10	6
δ_o max	0,1840	0,2115	0,2160	0,3540	0,4218	0,4912
δ_o min	0,2040	0,2146	0,2856	0,3645	0,4542	0,5146
δ_o mittel	0,1940	0,2131	0,2508	0,3593	0,4336	0,5029
δ_r	0,0203	0,0444	0,0797	0,1992	0,2821	0,3987
diff. %	89,6	79,2	68,2	44,6	34,9	20,7

Tabelle IX.

R_3	L = 37146193 cm					W = 40,549 Ohm int.		
Dielectricum:	Paraffin		Glimmer (Siemens)					
C	0,000514	0,001462	0,00495	0,01598	0,0997	0,200	0,3994	0,9011
Z	20	32	40	34	24	20	14	8
δ_o max	0,1537	0,1602	0,1676	0,1653	0,2721	0,3212	0,4242	0,6171
δ_o min	0,1563	0,1648	0,1716	0,2164	0,3062	0,3778	0,4714	0,6883
δ_o mittel	0,1550	0,1625	0,1696	0,1909	0,2892	0,3495	0,4478	0,6527
δ_r	0,0150	0,0253	0,0465	0,0836	0,2086	0,2956	0,4177	0,6274
diff. %	90,3	84,4	78,5	56,2	27,8	15,4	6,7	3,9

Tabelle X.

R_4	L = 110065160 cm				W = 73,095 Ohm int.	
Dielectricum:	Paraffin				Glimmer (Carpentier)	
C	0,000514	0,001462	0,005521	0,01655	0,10086	0,20187
Z	16	22	36	24	16	14
δ_o max	0,1230	0,1313	0,1492	0,1628	0,2485	0,3252
δ_o min	0,1310	0,1367	0,1464	0,1618	0,2542	0,3293
δ_o mittel	0,1270	0,1340	0,1478	0,1623	0,2514	0,3273
δ_r	0,0157	0,0265	0,0514	0,0891	0,2198	0,3110
diff. %	87,6	80,2	65,2	45,1	12,6	5,0

Diskussion der Versuchsresultate.

A. Schwingungsdauer.

Aus den oben besprochenen Versuchen hat sich ergeben, dass in dem untersuchten Bereich von 6 Milliontel bis 1 Tausendstel Sekunden die beobachtete Schwingungsdauer um mehrere Prozent (bis zu 10 %) grösser war, als die aus den Grössen für Selbstinduktion und Kapazität berechneten Werte. Die letzteren waren demnach zu klein. Dies kann herrühren davon, dass in die Formel zu kleine Werte eingesetzt wurden für 1. die Kapazität, 2. die Selbstinduktion, 3. den Widerstand. Verfolgen wir nun nacheinander die drei Möglichkeiten.

Als Kapazität wurde diejenige eines Normalkondensators von Siemens zu Grunde gelegt. Wenn auch von Janet [1]) die Möglichkeit einer sichern Bestimmung der Kapazität als „konstanter" Wert wegen des Einflusses der dielektrischen Hysteresis geleugnet wird, so dürfte doch wohl hieraus kaum auf eine nennenswerte Fehlerquelle, herrührend von einem ungenauen Kapazitätswert, geschlossen werden, da die Untersuchungen der verwendeten Kondensatoren auf Hysteresiserscheinungen keine beobachtbaren Hysteresiswirkungen konstatieren liessen. Die Kapazität der Spule wurde vernachlässigt, jedoch ist dies gewiss statthaft, denn betrachten wir zwei benachbarte Drahtstücke I und II der Spule, deren bezügliche elektrostatische Ladungen Q_1 und Q_2 seien, so ist das Potential von I, $P_1 = \int \frac{d\,Q_1}{r_1} + \int \frac{d\,Q_2}{r_2}$ wenn r_1 und r_2 bedeuten die Entfernungen irgend eines beliebigen Punktes auf I von den mit $d\,Q_1$ bezw. $d\,Q_2$ geladenen Flächenstücken von I und II. Die Kapazität des Drahtstückes I ist dann:

$$C_1 = \frac{Q_1}{P_1} = \frac{Q_1}{\int \frac{d\,Q_1}{r_1} + \int \frac{d\,Q_2}{r_2}}$$

[1]) Janet, Comptes Rendues 115, p. 875 und 1286. 1892.

Hat die Ladung Q_2 dasselbe Vorzeichen wie Q_1 und dies trifft bei den nebeneinanderliegenden Windungen einer Spule zu, so wird das Potential P_1 durch die Nachbarschaft von II erhöht, also die Kapazität verkleinert. Bei einer eng gewickelten Spule, wie sie hier Verwendung fand, konnte also keine bemerkenswerte Kapazität gegenüber der relativ grossen des Kondensators auftreten. Auch die Kreisform der Spule bei sehr geringer Breite gewährleistete eine möglichst minime Kapazität bei hoher Selbstinduktion. Immerhin würde die unberücksichtigt gelassene Kapazität der Spule die oben angedeutete Abweichung der berechneten von der beobachteten Schwingungsdauer, wenigstens zu einem kleinen Teil, erklären.

Untersuchen wir nun die zweite Möglichkeit, dass der aus den Dimensionen der Spule berechnete Wert des Selbstinduktionskoeffizienten zu klein gewesen sei. Dies ist in der Tat der Fall, denn die Selbstinduktion hängt nicht nur von dem Anwachsen und Verschwinden des Stromes ab, sondern auch von der magnetischen Beschaffenheit des Drahtes. Gerade dieser letztere Einfluss ist von verschiedenen Seiten betrachtet worden [1] [2] [3] und ist seine genauere Ermittlung Hauptzweck dieser Arbeit gewesen.

Schon Helmholtz [4] wies darauf hin, dass die Oscillationen durch Anwesenheit von Eisen beträchtlich verzögert werden.

Hertz bemerkt (in der oben zitierten Abhandlung), dass für langsam sich ändernde Ströme das Selbstpotential von Eisendrähten circa 8 bis 10 mal grösser als das gleich langer und gleich dicker Kupferdrähte sei, woraus denn natürlich eine Vergrösserung der Schwingungsdauer gegenüber Kupfer resultierte. Drude kommt auf Grund analytischer Ueberlegungen zu dem Resultat, dass nicht die Magnetisierungskonstante des Leiters die Schwingungs-

[1] Drude. Physik des Aethers, p. 366.
[2] Gust. Wiedemann, Elektrizität und Magnetismus.
[3] Heinr. Hertz, Wiedemanns Ann. 31, p. 429. 1887.
[4] Helmholtz, wissenschaftliche Abhdlg. Band 1, p. 532.

dauer beeinflussen könne, sondern nur diejenige der Umgebung. Dies ist auch experimentell bestätigt worden, aber nur für Schwingungen von hoher Frequenz [1]), von denen man annehmen darf, dass sie sich auf der Oberfläche fortpflanzen, also bei Schwingungen, die weit schneller als die in meiner Arbeit untersuchten verlaufen.

Die Möglichkeit eines weitern Einflusses auf die Grösse des Selbstinduktionskoeffizienten geht aus folgender Betrachtung hervor. Die Bestimmung dieses Koeffizienten z. B. für eine Spule aus den geometrischen Grössen der letzteren, setzt vor allem voraus, dass die Stromverteilung sowohl dem Leiter entlang, als auch im Querschnitt der Leitung überall gleichmässig sei. Diese Voraussetzung ist bei Schwingungen jedenfalls nicht immer erfüllt. Was die Verteilung der Elektrizität dem Leiter entlang angeht, so sagt darüber schon Gust. Wiedemann [2]) folgendes: „Ist die Drahtleitung lang, der Selbstinduktionskoeffizient gross, so kann man nicht mehr annehmen, dass die Stromstärke in der ganzen Leitung überall die gleiche sei, vielmehr sammelt sich zuerst nahe dem Elektrizitätsbehälter, von dem die Entladung ausgeht, auf der Oberfläche des Leiters seine Elektrizität an, die event. auch in das denselben umgebende Dielectricum übergeht. Hiedurch wird der Zufluss der Elektrizität von der Elektrizitätsquelle verzögert, während von derselben abgewendet, die Elektrizität vorwärts fliesst. Auf diese Weise können sich Störungen in der Strömung der Elektrizität bilden und an regelmässig aufeinander folgenden Stellen der Drahtleitung wiederholen."

Tatsächlich wurde auch bei einigen der vielen aufgenommenen Kurven eine Veränderlichkeit der Schwingungen konstatiert.

Einen grössern Einfluss auf den Wert der Selbstinduktion scheint nach den eingehenden Untersuchungen

[1]) Lodge, Electrician 11, p. 612.

[2]) Gust. Wiedemann, Elektrizität und Magnetismus.

von Stefan[1][2] die ungleichmässige Verteilung der Stromstärke im Querschnitt eines von Wechselströmen durchflossenen Leiters auszuüben. Der Strom beginnt gerade wie eine Temperaturerhöhung in der Oberfläche des Leiters und erreicht hier zuerst seine definitive Dichtigkeit, später erst in den tieferen Schichten, zuletzt im centralen Faden. Nach Stefan vollzieht sich der Ausgleich der Stromdichte um so rascher, je grösser der spezifische Widerstand des Leiters ist: wenn dennoch dieser Ausgleich im Eisen viel langsamer vor sich geht, als z. B. in Kupfer, so darf dies wohl hauptsächlich auf den Einfluss der cirkularen Magnetisierung zurückgeführt werden.

Stefan benutzte zur Schliessung eines Elementes einen Eisendraht von 1 m Länge und 1 cm Durchmesser und beobachtete, dass nach 0,01 Sekunden die Stromdichte in ihrer Oberfläche von ihrem definitiven Werte nur um 3% abweicht, während sie in der Mitte des Drahtes erst die Hälfte desselben Wertes hatte. Für einen Eisendraht von 4 mm Dicke war die Amplitude der Schwingungen in der Oberfläche bei 250 Wechseln in der Sekunde 2,52 mal so gross als in der Axe. Für 500 Schwingungen stieg diese Zahl auf 5,86, für 1000 auf 20,59. Bei einer Schwingungszahl von 50 Millionen war die Amplitude der Schwingungen in 0,0085 mm Tiefe 100 mal kleiner als in der Oberfläche.

Diese Beobachtungen zeigen, dass die Selbstinduktion durch die ungleichmässige Verteilung des Stromes im Querschnitt ganz andere Werte haben muss, als sich aus den Gesetzen für gewöhnliche Ströme ergibt. Bei meinen Untersuchungen, die sich auf einen Bereich von 1000 bis 6 Millionen Wechseln pro Sekunde erstrecken, dürfte diesem Einfluss wohl einiger Wert beizumessen sein.

Die oben beschriebene Art der Stromverteilung hat aber auch zur Folge, dass ein Draht für einen Strom

[1]) Stefan, Ueber veränderliche elektrische Ströme in dicken Leitungsdrähten, Wien. Ber. 95, 2. Abt. p. 917 1887.

[2]) Stefan, Oscillatorische Entladungen, Wied. Ann. 41. 1890.

von sehr hoher Wechselzahl einen viel grössern galvanischen Widerstand besitzen muss, wie für einen konstanten Strom, da in ersterm Falle sich der Strom nur auf eine dünne Oberflächenschicht verteilt, während er im letztern Falle den Querschnitt gleichmässig erfüllt [1]). Die angeführten Tatsachen ergeben, wenigstens qualitativ, eine Erklärung für die Abweichungen der berechneten von der beobachteten Schwingungsdauer. Bemerkenswert ist noch, dass diese prozentuale Abweichung mit Vergrösserung der Selbstinduktion der Spule auch zunimmt. Wenn man von den in Tabelle III zusammengestellten Beobachtungswerten absieht, da dieselben wegen der geringen Zahl und Kleinheit der beobachtbaren Schwingungen keine erhebliche Genauigkeit gewährleisten, so sieht man, dass die Abweichungen in Tabelle IV, V und VI im Mittel bezw. 7 %, 8,4 % und 10,8 % für alle Kapazitäten, welche grösser als 0,01655 Mikro-Farad sind, konstant bleiben, während bei kleineren sofort eine starke aber stetige Zunahme eintritt. — Aus der Tabelle VI ersieht man, dass die prozentuale Abweichung von 10,8 % sowohl bei Verwendung eines Paraffin als auch Glimmerkondensators gefunden wurde. Es scheint demnach bei diesen relativ langsamen Schwingungen ein Einfluss des Dielectricums auf die Schwingungsdauer sich nicht geltend zu machen.

B. Dämpfung.

Was nun die Dämpfung anbetrifft, so war zu erwarten, dass dieselbe bei der verwendeten Eisendrahtspule grösser ausfallen müsste, als die gewöhnliche Theorie, welche für unmagnetisierbare Materialien Geltung hat, angibt. Drude [2]) sagt hierüber folgendes: „Da bei hoher Magnetisierungskonstante μ die Schwingungen viel mehr nach der Oberfläche hingedrängt werden, als bei $\mu = 1$, so muss der galvanische Widerstand durch ein grosses μ wachsen, da

[1]) Bjerkness, Wied. Ann. 48, p. 592. 1893.

[2]) Drude, Physik des Aethers. p. 367.

sich der Strom auf einen kleinern Querschnitt zusammendrängt. Infolgedessen muss die Dämpfung der Schwingungen von dem Material des Schliessungskreises wesentlich beeinflusst werden, indem sie nicht nur mit abnehmender Leitfähigkeit, sondern auch mit wachsender Magnetisierungskonstante μ des Drahtes erheblich wachsen muss". Frühere Beobachter [1] [2] hatten schon, wenigstens qualitativ, den Nachweis erbracht, dass die Dämpfung in geraden Eisendrähten grösser sei als in Kupferdrähten. Bei den vorliegenden Untersuchungen ergab sich, wie aus den Tabellen zu ersehen ist (siehe auch Tafel II, Fig. 1, 2, 3), das folgende Resultat:

Mit Zunahme der Schwingungsdauer, also mit Abnahme der Frequenz nimmt das logarithmische Dekrement ab und zwar müsste die Abnahme eine lineare Funktion der Schwingungsdauer sein, denn durch Division der beiden Gleichungen $T = 2\pi\sqrt{C}\sqrt{L}$ und $\delta = \pi . w\sqrt{C} . \frac{1}{\sqrt{L}}$ ergibt sich $\frac{T}{\delta} = 2\frac{L}{w}$ oder $T = \delta\left[2\frac{L}{w}\right]$; dies ist aber die Gleichung einer geraden Linie unter der Voraussetzung, dass $2\frac{L}{w}$ einen konstanten Wert behält. Um hierüber Aufschluss zu erhalten, wurden die Quotienten aus Schwingungsdauer und logarithmischem Dekrement aus den beobachteten Werten gebildet und gibt die folgende Tabelle die entsprechenden Verhältniszahlen. Es bedeutet $\frac{T_o}{\delta_o}$ den Quotienten aus den beobachteten, $\frac{T_r}{\delta_r}$ denjenigen aus den berechneten Werten.

---

[1] Towbridge, Sillim. Ann. Journal 5, 42, 223. 1891.

[2] Harriet Brooks, Damping of electrical oscillations, Canada, Trans. 5, 13—15. 1899.

Tabelle XI.

L = 5383.10³ W = 14,733		
Kapazität M. F.	$\frac{T_o}{\delta_o} \cdot 10^{-6}$	$\frac{T_r}{\delta_r} \cdot 10^{-6}$
0,00103	97,3	
0,00495	170,8	
0,01598	250,0	
0,0997	433,3	
0,200	530,8	
0,3994	628,5	
		731

L = 37146.10³ W = 40,549		
Kapazität M. F.	$\frac{T_o}{\delta_o} \cdot 10^{-6}$	$\frac{T_r}{\delta_r} \cdot 10^{-6}$
0,000514	277,5	
0,001462	356,4	
0,00495	567,6	
0,01598	878	
0,0997	1441	
0,200	1698	
0,3994	1871	1834
0,9011	1932	

L = 110065.10³ W = 73,095		
Kapazität M. F.	$\frac{T_o}{\delta_o} \cdot 10^{-6}$	$\frac{T_r}{\delta_r} \cdot 10^{-6}$
0,000514	558,9	
0,001462	737,6	
0,005521	1209	
0,01655	1853	
0,10086	2954	
0,20187	3248	3013

Die vorstehende Tabelle zeigt, dass das Verhältnis $\frac{2L}{W}$ nicht konstant ist, wie auch zu erwarten war, denn die früher konstatierten Abweichungen der experimentell und theoretisch ermittelten Werte der Schwingungsdauer und Dämpfung (siehe Tabelle III—X), lassen sich nur erklären auf Grund der Annahme der Veränderlichkeit von L und W mit der Schwingungszahl. Anschaulicher als durch die Tabelle wird das Anwachsen des Quotienten $\frac{T_o}{\delta_o}$ illustriert durch die Kurven der Tafel III. Dieselben stellen die Werte von $\frac{2L}{W}$ als Funktionen der beobachteten Schwingungsdauer dar. Die Fig. 1, 2, 3 zeigen, dass mit zunehmender Schwingungsdauer ein zuerst schnelles aber allmählig langsamer werdendes Wachstum der Quotienten stattfindet. Bei der Schwingungsdauer 808 Milliontel Sekunden findet völlige Uebereinstimmung des berechneten und beobachteten Wertes von $\frac{2L}{W}$ statt (Fig. 1, 2); die Kurve schneidet den konstanten Wert $\frac{T_r}{\delta_r}$ und verläuft für grössere Schwingungsdauern fast horizontal, also angenähert parallel zu $\frac{T_r}{\delta_r}$. Der Betrag, um welchen

$\frac{T_o}{\delta_o}$ grösser ist als $\frac{T_r}{\delta_r}$ dürfte mit einiger Genauigkeit wohl ausschliesslich herrühren von der grössern Selbstinduktion, die im Eisen gegenüber unmagnetischem Material auftritt, denn bei derartig langsam verlaufenden Schwingungen wie den beobachteten von 0,001 Sekunden. kann man wohl annehmen, dass der wirkliche Widerstand kaum erheblich von dem Ohmschen abweichen wird. Um einen sichern Schluss in dieser Richtung ziehen zu können, wäre es notwendig, die Abhängigkeit von $\frac{2L}{W}$ von grösseren Schwingungsdauern als den hier erreichten zu verfolgen.

Auf der Kurventafel II sind die berechneten und beobachteten logarithmischen Dekremente für drei Versuchsreihen, bei welchen jeweils die Selbstinduktion und der Widerstand konstant gehalten und nur die Kapazität variiert wurde, als Ordinaten aufgetragen, während die entsprechenden Schwingungsdauern in Milliontel Sekunden die Abcissen bilden. Die Abnahme des beobachteten logarithmischen Dekrements mit Zunahme der Schwingungsdauer tritt bei dieser graphischen Darstellungsweise besonders deutlich hervor und lässt in Uebereinstimmung mit der vorhergehenden Betrachtung erwarten, dass bei weiterer Fortsetzung dieser Untersuchungen bis zu Schwingungsdauern, welche grösser als $^1/_{1000}$ Sekunde sind, völlige Uebereinstimmung des experimentell ermittelten logarithmischen Dekrements mit dem berechneten Werte eintreten wird. Unter der Voraussetzung der Verwendung von Kupferspulen, für welche die berechnete Selbstinduktion als richtig gelten kann, dürfte also wohl hier ein Weg gezeigt sein, der einigermassen Aufschluss zu geben vermag über die Grösse der Dauer einer Schwingung, bei welcher noch eine gleichmässige Verteilung des Stromes im Querschnitt des Leiters stattfindet, denn als Deutung der allmählichen Annäherung der Werte der beobachteten und berechneten logarithmischen Dekremente mit Ver-

grösserung der Schwingungsdauer ist doch wohl in erster Linie die Annahme zulässig, dass durch das Herandrängen der Schwingungen an die Oberfläche der multiplikativ in die Formel für das logarithmische Dekrement eingehende Widerstand nicht der Ohmsche ist und nur bei genügend langsamen Schwingungen mit diesem indentifiziert werden kann.

Es bliebe nun aber noch zu untersuchen, zu welchem Teil die angegebene Abweichung aus der Veränderung des Widerstandes resultiert und welchen Einfluss die bei der Diskussion der Schwingungsdauer angeführten Faktoren hier auszuüben vermögen. In erster Linie dürfte wohl an eine event. Veränderung der Selbstinduktion zu denken sein. Dass dieselbe in einer Eisenspule grösser sein muss, als in einer gleichgestalteten Kupferspule, darauf ist in dieser Arbeit schon mehrfach hingewiesen worden (siehe Seite 25).

Nach Beobachtungen von Emden [1]) soll der Selbstinduktionskoeffizient aber auch von der Schwingungsdauer abhängig sein. Er betrachtete das Verhältnis des Koeffizienten der Selbstinduktion von Eisen zu demjenigen von Kupfer bei verschiedenen Schwingungsdauern. Die Verhältniszahl gibt nach Emden Aufschluss über die durch die wechselnde Magnetisierung des Eisens bei verschiedenen Schwingungszahlen bedingte Modifikation der Selbstinduktion.

Emden fand für dies Verhältnis $\frac{L_{Eisen}}{L_{Kupfer}}$ folgende Werte:

Dauer einer Schwingung in Milliontel-Sekunden	4,2	15,8	38	76
Verhältnis $\frac{L_E}{L_K}$	1,19	1,22	1,18	1,40

Hieraus schliesst er, dass das Verhältnis bei kleinen Schwingungen konstant ist und erst bei Schwingungs-

[1]) Emden, Sitzungsbericht der bayr. Akademie. XXII, 1892.

dauern von 76 Milliontel Sekunden eine Zunahme desselben auftritt oder mit anderen Worten, dass eine Vergrösserung des Koeffizienten der Selbstinduktion im Eisen bei dieser Schwingungsdauer eintritt. Mag auch diese Zunahme, über deren weitern Verlauf Untersuchungen nicht vorliegen, klein sein, so kann dieselbe doch in Verbindung mit dem gleichzeitig abnehmenden Widerstand zur Erklärung der aus der Kurventafel II zu ersehenden Annäherung des beobachteten an das berechnete logarithmische Dekrement dienen.

Dielektrische Hysteresis.

Auf dem Gebiete der Lehre von Magnetismus und Elastizität ist die der sog. Coërcitivkraft zugeschriebene Eigenschaft gewisser Körper bekannt, dass sie nach Aufhören einer die gegenseitige Lage ihrer Moleküle verändernden Kraft nicht sofort in ihre ursprüngliche, also Ruhelage zurückkehren. Diese Eigenschaft, die magnetische Hysteresis, oder im andern Falle elastische Nachwirkung, hat auch bei den Vorgängen in Dielectricis ein Analogon. Da die Coërcitivkraft wie eine Art innerer Reibung wirkt, so sind die Hysteresiserscheinungen stets mit Wärmeerzeugung verbunden.

Ueber die in Dielectricis durch elektrische Polarisation hervorgerufene Wärme sind erste Beobachtungen von Siemens [1]), Naccari und Bellati [2]), J. Borgmann [3]), A.

[1]) W. Siemens, Ueber Erwärmung der Glaswand der Leydener Flasche durch Ladung (Monatsber. d. Berl. Akad. 1861, Okt.).

[2]) Naccari und Bellati, Erwärmung isolierender, fester und flüssiger Körper durch abwechselnde elektrostatische Polarisation (Atti di Torino 17, p. 26, 3. Aufl. 1882).

[3]) J. Borgmann, Die Erwärmung des Glases von Condensatoren bei intermittierender Elektrisierung desselben (Journal der russ. phys.-chem. Ges. 18, 1886).

Kleiner [1]) ausgeführt worden. In der Abhandlung von meinem verehrten Lehrer, Herrn Prof. A. Kleiner, in welcher die Wärmeerzeugung in den verschiedensten Dielectrica untersucht und zuerst eine vergleichende Zusammenstellung desselben gegeben worden ist, wird ausgesprochen: „Dass mit wechselnder elektrischer Polarisation das Auftreten von Wärme nicht notwendig verbunden ist. Eine mechanische Theorie elektrostatischer Polarisation muss dieser Tatsache Rechnung tragen, sie ist jedenfalls verständlich, wenn man die Elektrisierungswärme als Analogon der Magnetisierungswärme, jenem physikalischen Erscheinungskomplex zuschreibt, der unter dem Namen „Hysteresis“ bezeichnet zu werden pflegt“.

Ergänzende Beobachtungen zu obigen wurden auf Veranlassung von Herrn Prof. A. Kleiner ausgeführt und die auftretende Wärme mit der gesamten Ladungsenergie verglichen [2]) [3]).

Nachdem nun einmal die Analogie zwischen der magnetischen Hysteresis und den betreffenden Erscheinungen auf dielektrischem Gebiet festgestellt war, ist von einer Reihe von Beobachtern [4]) der durch dielektrische Nachwirkung entstehende Energieverlust gemessen worden und sind Hysteresisschleifen für Dielectrica aufgenommen worden, die ganz die für die magnetische Hysteresis typische Gestalt aufweisen.

Janet [5]) konnte mit einem rotierenden Unterbrecher ganze Cyklen von 1.10^{-4} bis 38.10^{-4} Sekunden verfolgen. Er beobachtete oscillatorische Ladungen und konstatierte

[1]) A. Kleiner, Ueber die durch dielektrische Polarisation erzeugte Wärme (Annalen der Phys. und Chemie, Bd. 50, p. 138, 1893).

[2]) H. Fritz, Ueber Wärmetönung bei elektrischer Polorisation des Glases (Dissertation, Zürich 1893).

[3]) Düggelin, Vierteljahrschrift der naturforschenden Gesellsch. Zürich 40, II. 1895.

[4]) W. Schaufelberger, Ueber Polarisation und Hysteresis in dielektrischen Medien (Dissertation, Zürich 1898).

[5]) Janet, Compt. Rend. 115, p. 875, 1286. 1892; und 116, p. 373. 1892.

für Glimmerkondensatoren das Auftreten einer bemerkenswerten dielektrischen Hysteresis.

Beaulard [1], welcher Cyklen von relativ grosser Dauer (von 4 bis 600 Sekunden) untersuchte, fand, dass mit zunehmender Dauer des Cyklus der Flächeninhalt der Hysteresisschleife abnahm, woraus er schloss, dass man es nicht mit einer dielektrischen Hysteresis, sondern mit einem zeitlichen Zurückbleiben der dielektrischen Polarisation hinter der elektrischen Kraft zu tun habe (Viscosität). Die Beaulardsche Methode eignet sich nicht zur Untersuchung zeitlich kurzer Cyklen, jedoch liess gerade das obige Resultat es wünschbar erscheinen, Cyklen von weniger als 4 Sekunden Dauer zu verfolgen. Diese Aufgabe stellte sich Mercanton [2], der die Beaulardsche Versuchsmethode wesentlich verbesserte. Seine Anordnung besteht in folgendem:

Eine in sich geschlossene kreisförmige Rinne aus Paraffin ist mit angesäuertem Wasser gefüllt.

In gleichen Abständen (90°) tauchen 4 Platinelektroden in die Flüssigkeit ein, von denen 2 gegenüberliegende als Stromzu- und abführung und die senkrecht hierzu befindlichen als Erdschluss dienen. Auf diese Weise ist eine symetrische, lineare Verteilung des Potentials in der Rinne von einem positiven bis zu einem negativen maximalen Wert erreicht. Durch Kontakt an verschiedenen Stellen der Rinne wird der Kondensator geladen.

Mit dem angedeuteten Apparat hat Mercanton Kurven der dielektrischen Hysteresis für verschiedene Dielectrica aufgenommen und die Abhängigkeit des Energieverlustes von der Dauer des Cyklus (von 0,25 bis 50 Sekunden) und der Grösse des Potentials untersucht. Für Paraffin mit Zusatz von 9,4 % Lampenruss konstatierte er eine Zunahme des Energieverlustes bei Vergrösserung des Cyklus von 0,25 bis 3 Sekunden, während von hier ab

[1] Beaulard, Journal de Phys. 9, p. 422—437, 1900.

[2] Mercanton, Contribution à l'étude des pertes d'énergie dans les diélectriques (Dissertation, Lausanne 1902).

eine langsame Abnahme bis zu der grössten beobachteten Dauer eines Cyklus von 50 Sekunden sich ergab. Für die Abhängigkeit von dem Potential konnte bei demselben Dielectricum eine einfache Beziehung [1] [2]), wie sie schon verschiedentlich, ähnlich der für die magnetische Hysteresis gültigen, aufgestellt worden ist, nicht mit aller Bestimmtheit ermittelt werden.

Besonders bemerkenswert wegen ihrer Grösse sind die von Mercanton für Eis als Dielectricum aufgenommenen Hysteresisschleifen.

Die oben angeführten Versuchsresultate verschiedener Beobachter haben das Vorhandensein einer dielektrischen Hysteresis unzweifelhaft festgestellt. Da ich im ersten Teil meiner Arbeit mit cyklischen Ladeschwingungen zu tun hatte, so lag es nahe anzunehmen, dass die Form der von mir beobachteten Schwingungen, welche des öftern Abweichungen von der Sinusform erkennen liess, erst durch die oben besprochene Erscheinung beeinflusst worden war. Um mir hierüber Klarheit zu verschaffen und zugleich die Abhängigkeit der Ladungen verschiedener Dielectrica von den entsprechenden Potentialwerten für je einen Cyklus zu untersuchen, wurden die folgenden Beobachtungen ausgeführt. Die Versuchsanordnung lehnte sich an die auf Seite 7 beschriebene an, nur wurden nebst den die Ladungen messenden Integralströmen am Galvanometer gleichzeitig die zugehörigen Potentiale mit einem Elektrometer gemessen. Um die Schwingungsdauer nicht sehr klein werden zu lassen, wurden die Schwingungen erregt unter Einschalten von grosser Selbstinduktion in die aktive Leitung und zwar kam eine Kupferdrahtspule (von einem Erdinduktor) zur Verwendung, deren Selbstinduktionskoeffizient aus den geometrischen Grössen der Spule zu 502730.10^3 cm ermittelt wurde. Das Galvanometer war das für die früheren Messungen benutzte, jedoch war

[1]) R. Arno, Rendic. Acc. dei Lincei, oct. 1899, avril, nov. 1893, mars, juin, nov. 1894.

[2]) Threlfall, Phys. Review, juillet 1897; journal de phys. 3me série.

seine Empfindlichkeit durch Anwendung eines Shunts auf $^1/_{10}$ der normalen reduziert.

Als Elektrometer wurde ein Mascartsches Quadrantelektrometer verwendet, dessen Nadel durch Verbindung mit dem Kondensator das zu bestimmende Potential erhielt, während die beiden Quadrantenpaare mittels einer Wasserbatterie von 100 Elementen geladen wurden.

Die Galvanometerablesungen wurden als Funktionen der zugehörigen Elektrometerausschläge graphisch aufgetragen, wie Kurventafel IV zeigt.

Die Untersuchungen ergaben für die Dielectrica Paraffin und Glimmer keinen beobachtbaren Energieverlust durch Hysteresis, die Schleife verlief als gerade Linie, für paraffiniertes Papier erhielt ich eine sehr enge Kurve, während bei Glas eine dielektrische Hysteresis von nennenswertem Betrage auftrat. Die verwendeten Kondensatoren, welche Glas als Dielectricum hatten, waren 10 Leydener Flaschen von einer Gesamtkapazität von 0,04 M. F. In der folgenden Tabelle XII sind für Glas die einer bestimmten Ladezeit τ entsprechenden Ladungen als die denselben proportionalen Galvanometerausschläge G und die dazu gehörigen Potentialwerte als Elektrometerablesungen E zusammengestellt und zeigt sich, dass die Dauer eines Cyklus circa 8.10^{-4} Sekunden betrug.

Tabelle XII.

Abhängigkeit der Ladung von dem Potential für Glas.

τ Sek.	G Ladung	E Potential	τ Sek.	G Ladung	E Potential	τ Sek.	G Ladung	E Potential
0	0	0	3,2	195	55	6,3	193	63
$8{,}5.10^{-6}$	+4	+1	3,6	125	33	6,6	195	64
$5{,}1.10^{-5}$	120	35	3,9	+60	+13,5	7,0	177	53
$8{,}5.10^{-4}$	171	51	4,3	−2	−6	7,3	140	42
$1{,}5.10^{-4}$	245	74	4,6	25	12	7,7	78	23
1,9	269	82	4,9	78	27	8,0	−9	−3
2,2	279	85	5,3	120	39,5	8,7	+61	+29,5
2,6	280	85	5,6	160	52	9,0	114	45
2,8	247	71	6,0	179	58	9,35	162	59

Die vorstehende Tabelle und noch anschaulicher die Kurventafel IV zeigt, dass in der Tat schon bei so kurz dauernden Cyklen wie den hier verfolgten, Hysteresiserscheinungen, wenigstens bei Glas, auftreten und können dieselben bei Untersuchung von Schwingungen, durch Veränderung der Schwingungsform, die charakteristische Grösse der Schwingungsdauer wohl beeinflussen. Dass meine Untersuchungen, die sich nur nebenbei mit der Frage der dielektrischen Hysteresis befassten, bei Paraffin und Glimmerkondensatoren diese Erscheinung nicht nachweisen konnten, dürfte in Anbetracht der oben angeführten entgegengesetzten Versuchsergebnisse für Glimmer als Dielectricum, darauf hinweisen, dass bei meinen Versuchen die Dauer des Cyklus oder das angewandte Potential zu klein war, um eine bemerkbare Hysteresisschleife zu erhalten.

Zum Schlusse erfülle ich die angenehme Pflicht, meinem hochverehrten Lehrer, Herrn Prof. Dr. A. Kleiner für die Anregung und die vielfache Unterstützung, die er bei der Ausführung dieser Arbeit mir hat zu teil werden lassen, meinen aufrichtigen Dank auszusprechen.

Physikalisches Institut der Universität Zürich,
im Februar 1903.

Carl Lomsché.